

การวิเคราะห์การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของลูกกลิ้งสัมผัส เป็นเส้นตรงด้วยวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริด

The Analysis of Elastohydrodynamic Lubrication of Roller in Line Contact by the Combined Newton Raphson and Multigrid Methods

สุนทร ทองปากน้ำ

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ซึ่งเป็นการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางของลูกกลิ้งสองอันที่มีผิวสัมผัสกันเป็นเส้นตรง โดยไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจากการสัมผัสกันของสารหล่อลื่นและลูกกลิ้งในสภาวะคงตัว โดยทำการศึกษาในกรณีที่สารหล่อลื่นมีพฤติกรรมแบบนิวโทเนียนและเป็นของไหลแบบอัดตัวได้ ในบทความนี้ใช้การจำลองด้วยวิธีคณิตศาสตร์เชิงตัวเลข โดยใช้วิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดเพื่อหาลักษณะการกระจายของความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน ความหนาของฟิล์มน้ำมันและลักษณะการกระจายของความหนืดของน้ำมัน จากผลการคำนวณพบว่า ภาระโหลดที่กระทำและความเร็วของลูกกลิ้งมีผลต่อการกระจายของความดัน ความหนืดและความหนาของฟิล์มน้ำมัน ถ้าเพิ่มภาระโหลดมากขึ้น การกระจายของความดันจะมีค่าใกล้เคียงกับความดันเซอร์เชียนและความหนาของฟิล์มน้ำมันจะบางลง และเมื่อความเร็วของลูกกลิ้งมากขึ้นฟิล์มน้ำมันจะหนาขึ้น โดยลักษณะการกระจายของความดันและความหนืดที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมันจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และเมื่อผ่านจุดศูนย์กลางของการสัมผัสจะเกิดยอดความหนืดขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็วเนื่องมาจากการเปลี่ยนรูปร่างแบบยืดหยุ่นของลูกกลิ้งโดยจุดที่มีค่าความดันสูงสุดความหนาของฟิล์มน้ำมันจะบางที่สุด และในบทความนี้ได้ใช้การจำลองด้วยวิธีคณิตศาสตร์เชิงตัวเลข โดยใช้วิธีนิวตันราฟสันมาคำนวณเปรียบเทียบกับวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดด้วย พบว่า ลักษณะการกระจายของความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน ความหนาของฟิล์มน้ำมันและลักษณะการกระจายของความหนืดของน้ำมันมีค่าใกล้เคียงกันและวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดใช้เวลาในการคำนวณเร็วกว่าวิธีนิวตันราฟสันเพียงอย่างเดียว

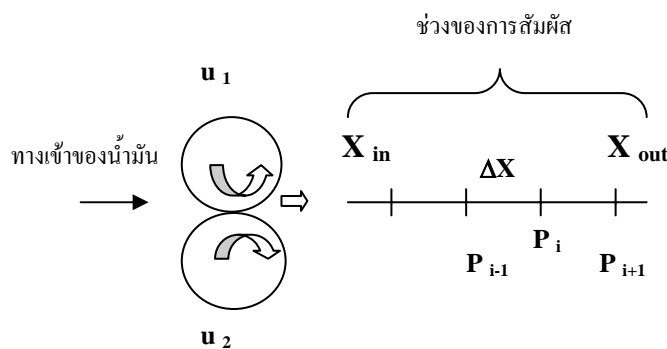
ABSTRACT

This paper presents the study of the Newtonian and compressible elastohydrodynamic lubrication, which is defined as a thin film lubrication of two rollers in line contact, operated at an isothermal and steady state. The systems were solved numerically using the combined Newton Raphson and Multigrid methods to examine the dispersion of the pressure occurring in oil film, the thickness of the oil film, and the dispersion of viscosity of oil. The calculated results revealed that the loads and roller' speed influenced the dispersion of both the pressure and the viscosity of oil, and the thickness of the oil film. Furthermore, when the load is increased, the pressure dispersion moves close to Hertzian pressure and the thickness of the oil film decreases. However, if the equivalent speed of the roller is increased, the thickness of the oil film rises up. The results reveal that the pressure and viscosity of the oil dispersion in the oil film continuously increases and has a steep spike appears. Because of the elastic deformation of the roller, the spike rapidly disappears after passing the center of contact. The position of maximum pressure occurs at the thickness point on the roller contact. This study also finds that the results of calculating the dispersion of the pressure in oil film, the thickness of the oil film, and the viscosity of oil when using only the Newton Raphson method are almost similar to the results of the calculation when using the combined Newton Raphson and Multigrid method. Moreover, the Newton Raphson method takes more time in calculating the values than the combined Newton Raphson and Multigrid methods.

บทนำ

ปัจจุบันความสำคัญในการศึกษาทางด้านกลศาสตร์ของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลมีมากขึ้น เนื่องจากการพัฒนาการหล่อลื่นเป็นแนวทางหนึ่งในลดการสึกหรอของเครื่องจักรส่งผลให้เครื่องจักรมีอายุใช้งานที่ยาวขึ้นและยังช่วยลดความเสียหายในชิ้นส่วนเครื่องจักรกลซึ่งทำให้ใช้พลังงานน้อยลง โดยสามารถแบ่งประเภทของการหล่อลื่นตามความหนาของฟิล์มน้ำมันเป็น 3 ประเภท คือ ประเภทที่หนึ่ง การหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ เป็นการหล่อลื่นที่ความหนาของฟิล์มน้ำมันมีค่าประมาณ 1-10 mm ประเภทที่สอง การหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ความหนาของฟิล์มน้ำมันมีค่าประมาณ 1 μm และประเภทที่สาม การหล่อลื่นแบบเอนาจารีความหนาของฟิล์มน้ำมันจะมีค่าประมาณ 1-10 nm ซึ่งอาจจะเกิดการสัมผัสของชิ้นส่วนในบางจุดได้[1] ในบทความนี้ได้เลือกศึกษาการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์เนื่องจากเป็นการหล่อลื่นที่ชิ้นส่วนทั้งสองไม่เกิดการสัมผัสกันแต่ความหนาของฟิล์มน้ำมันจะมีความบางมากซึ่งค่าแรงเสียดทานจะลดลงตามความหนาของฟิล์มน้ำมัน[2] และลักษณะการกระจายของความดันที่ทางออกจากการสัมผัสกันของวัตถุจะมีค่า

สูงและลดลงอย่างรวดเร็วเนื่องจากการเสียดทานของวัตถุ[3, 4] โดยผู้วิจัยได้เลือกทำการศึกษาพื้นฐานการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของลูกกลิ้งสองอันที่มีผิวสัมผัสกันเป็นเส้นตรงโดยสมมติให้ลูกกลิ้งมีความยาวมาก สารหล่อลื่นมีพฤติกรรมแบบนิวโทเนียนและเป็นของไหลแบบอัดตัวได้และไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจากการสัมผัสกันของสารหล่อลื่นและลูกกลิ้งในสภาวะคงตัว เพื่อหาลักษณะการกระจายของความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน ความหนาของฟิล์มน้ำมันและลักษณะการกระจายของความหนืดของน้ำมัน โดยใช้การจำลองด้วยวิธีคณิตศาสตร์เชิงตัวเลข ด้วยวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดและเปรียบเทียบกับวิธีนิวตันราฟสัน[5] และเพื่อศึกษาถึงผลกระทบของภาระโหลดที่กระทำและความเร็วของการสัมผัสที่มีผลต่อลักษณะการกระจายของความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน ความหนาของฟิล์มน้ำมันและลักษณะการกระจายของความหนืดของน้ำมันซึ่งสมการที่ใช้พิจารณาพฤติกรรมของการหล่อลื่น คือ สมการเรย์โนลด์์ประยุกต์ สมการการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ สมการความสัมพันธ์ของค่าความหนืดกับแรงดัน สมการบาลานซ์โหลด[6] โดยมีลักษณะของการหล่อลื่นดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงลักษณะการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของลูกกลิ้งที่มีการสัมผัสเป็นเส้นตรงและแสดงจุดกริดที่ตำแหน่ง i

สมการเรย์โนลด์์ประยุกต์สำหรับการหล่อลื่นที่มีผิวสัมผัสกันเป็นเส้นตรงโดยสมมติให้ลูกกลิ้งมีความยาวมาก จึงเป็น

การวิเคราะห์แบบหนึ่งมิติตามแนวแกน X และสารหล่อลื่น

มีพฤติกรรมแบบนิวโทเนียนและเป็นของไหลแบบอัดตัว

ได้และไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นจากการสัมผัสกันของสารหล่อลื่นและลูกกลิ้งในสภาวะคงตัว สามารถแสดงได้ดังนี้ [7]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (1)$$

เมื่อ

$$p = P_H P \quad \rho = \rho_0 \bar{\rho} \quad \eta = \eta_0 \bar{\eta}$$

$$x = \left[R_x \left(\frac{8W'}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] X$$

$$h = \left(\frac{8R_x W'}{\pi} \right) H$$

$$\bar{u} = \frac{u_1 + u_2}{2} = \left(\frac{E'R_x}{\eta_0} \right) U$$

$$P_H = E' \left(\frac{W'}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$W' = \frac{w_z}{E'R_x}$$

แทนค่าลงใน (1) จะได้สมการในรูปแบบตัวแปรไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) \quad (2)$$

เมื่อ

$$K = \frac{3\pi^2 U}{4(W')^2} \quad \varepsilon = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta}}$$

และเงื่อนไขขอบเขตของสมการคือ

$$X = X_{in}; P = 0$$

$$X = X_{out}; \frac{dP}{dX} = 0$$

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

เนื่องจากสมการที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง ดังนั้นจึงใช้วิธีการแก้ปัญหาคือวิธีนิวตันราฟสันอย่างเคียวและวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริด ซึ่งได้ทำการแบ่งเส้นสัมผัสเป็นกริดด้วยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite Difference) ที่ตำแหน่งกริด i ใดๆ จะได้สมการเรย์โนลด์ประยุกต์จะอยู่ในรูป

$$f_i = \left[\left(\frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2} \right) \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \right) - \left(\frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{2} \right) \left(\frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta X} \right) \right] - K(\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}) = 0 \quad (3)$$

สมการความหนาของฟิล์มน้ำมันที่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบยืดหยุ่นของวัตถุ[6]

$$H_i = H_0 + \frac{X_i^2}{2} - \frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{j=1}^N P_j \ln \left(\left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_{i-1} + X_i}{2} - X_j \right| \right) \quad (4)$$

สมการความหนืดที่มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากแรงดัน[8]

$$\bar{\eta}_i = \exp \left(\left[\ln(\eta_0) + 9.67 \right] \left[-1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} P_H P_i)^{21} \right] \right) \quad (5)$$

สมการความหนาแน่นที่มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากแรงดัน [8]

$$\bar{\rho}_i = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} P_H P_i}{1 + 1.7 \times 10^{-9} P_H P_i} \quad (6)$$

สมการบาลานซ์ไหล[7]

$$\int_{X_{in}}^{X_{out}} P dx = \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

วิธีนิวตันราฟสัน

วิธีนี้จะทำการหารากของสมการ $f(x) = 0$ ด้วยการประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ ดังสมการ[9]

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & & & & \\ & & 1 & 2 & 1 & & \\ & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

เมื่อ v คือ เวกเตอร์บนกริดหยาบ

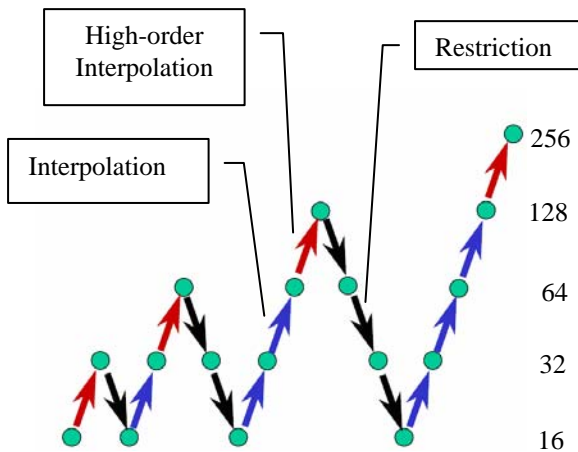
u คือ เวกเตอร์บนกริดละเอียด

ความสัมพันธ์ระหว่าง I_{2h}^h และ I_h^{2h} คือ

$$I_h^{2h} = \frac{1}{2} (I_{2h}^h)^T \quad (16)$$

วิธีนิวตันราฟสันร่วมกับมัลติกริด

ในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธีนิวตันราฟสันร่วมกับมัลติกริดแบบเต็ม (Full Multigrid: FMG) [11] โดยเปลี่ยนระดับในการคำนวณเป็น 5 ระดับเริ่มจากระดับที่หยาบที่สุด 16 จุด จนถึงระดับที่ละเอียดที่สุด 256 จุด ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนระดับของจุดกริดแบบ FMG [12]

การเริ่มคำนวณจากกริดที่หยาบที่สุดก่อนจะทำให้ช่วยลดเวลาในการคำนวณและจากนั้นจึงส่งคำตอบที่ได้ไปยังระดับต่อไปที่สูงกว่าและทำการปรับค่าให้มีความถูกต้อง

มากขึ้นในโครงสร้างแบบ V Cycle โดยโอนถ่ายค่ามายังระดับที่ต่ำที่สุดอีกครั้งและโอนค่ากลับที่ระดับเดิม โดยในแต่ละตำแหน่งของการคำนวณ (แสดงด้วยสัญลักษณ์วงกลม) จะมีการคำนวณซ้ำตามวิธีของนิวตันราฟสันซึ่งสามารถกำหนดจำนวนการทำซ้ำในแต่ละตำแหน่งได้และเนื่องจากปัญหาในงานวิจัยนี้มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง การโอนถ่ายค่าคำตอบในแต่ละระดับจึงต้องใช้วิธีแบบประมาณค่า (Full Approximation Scheme: FAS)[11] เพื่อให้คำตอบมีความแม่นยำสูง ดังนั้นในการหาคำตอบของสมการ 11 ซึ่งอยู่ในรูป $Au = F$ ขั้นตอนการคำนวณแบบ FAS คำนวณได้ดังนี้

การแปลงจากกริดหยาบไปเป็นกริดละเอียด

1. $A^{2h} u^{2h} = F^{2h}$
2. $r^{2h} = F^{2h} - A^{2h} v^{2h}$
3. $A^{2h} u^{2h} = A^{2h} v^{2h} + r^{2h}$
4. $e^{2h} = u^{2h} - v^{2h}$
5. $e^h = I_{2h}^h e^{2h}$
6. $v^h (old) = I_{2h}^h v^{2h}$
7. $v^h (new) = v^h (old) + e^h$

การแปลงจากกริดละเอียดไปเป็นกริดหยาบ

1. $A^h u^h = F^h$
2. $r^h = F^h - A^h v^h$
3. $A^h u^h = A^h v^h + r^h$
4. $e^h = u^h - v^h$
5. $e^{2h} = I_h^{2h} e^h$
6. $v^{2h} (old) = I_h^{2h} v^h$
7. $v^{2h} (new) = v^{2h} (old) + e^{2h}$

เมื่อ

u = exact solution, v = approximate solution,
 r = residual และ e = error

ผลการคำนวณ

ในการวิจัยนี้กำหนดให้ลูกกลิ้งเป็นเหล็กและสารหล่อลื่นเป็นน้ำมันแร่ โดยมีค่าคุณสมบัติต่างๆ ดังนี้

$$E' = 219GPa, \eta_0 = 0.1467N.s/m^2, Z_1 = 0.55$$

ขอบเขตการสัมผัส

$$X_{in} = -4.5, X_{out} = 1.5$$

ค่าเริ่มต้น

$$P_i = \sqrt{1 - X_i^2}, H_0 = 0.01$$

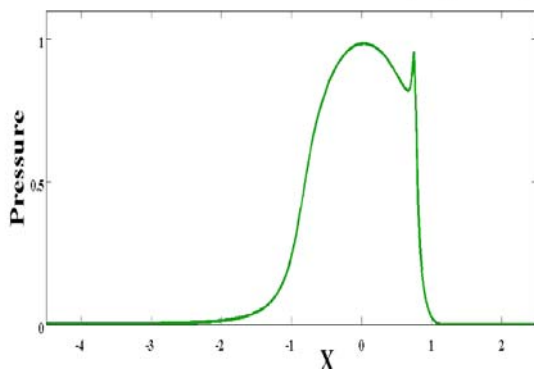
ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้

$$error = 1 \times 10^{-4}$$

ในการวิเคราะห์ได้กำหนดให้ภาระโหลดแบบไร้มิติ $W = 3.3242 \times 10^{-5}$ ($w_z = 100,000 \text{ N/m}$) และความเร็วของลูกกิ้งแบบไร้มิติ $U = 7.3164 \times 10^{-12}$ จากรูปที่ 3 พบว่าเมื่อเข้าสู่บริเวณที่มีการสัมผัสกันของ

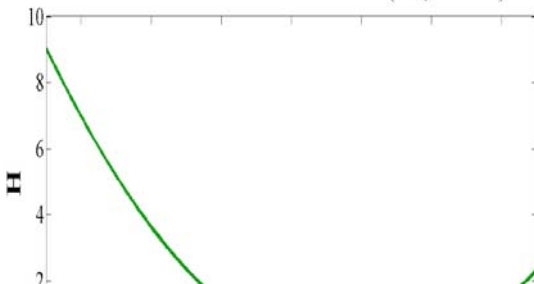
ลูกกิ้งค่าแรงดันจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งผ่านจุดศูนย์กลางของการสัมผัสแรงดันจะลดลงและเกิดยอดแหลมแหลมขึ้น (pressure spike) และลดลงอย่างรวดเร็วที่บริเวณทางออกของการสัมผัส ทั้งนี้ เนื่องมาจากการเสียรูปแบบยืดหยุ่นของลูกกิ้งที่บริเวณทางออกทำให้ช่องว่างที่ทางออกเล็กลงความดันจึงมีค่าสูงที่ตำแหน่งทางออกจากรูปที่ 4 พบว่า ความหนาของฟิล์มน้ำมันมีค่าน้อยที่สุดในช่วงของการสัมผัส โดยเฉพาะตำแหน่งที่ทางออกเนื่องจากความดันมีค่าสูงสุด ณ ตำแหน่งนั้นซึ่งเป็นไปตามสมการ (4) สำหรับลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่าความหนืดของน้ำมันพบว่า มีลักษณะคล้ายกราฟของแรงดันดังแสดงในรูปที่ 5 โดยถ้าแรงดันมีค่าเพิ่มมากขึ้นค่าความหนืดจะมีค่ามากขึ้นด้วยซึ่งเป็นไปตามสมการ (5)

$$U = 7.3164 \times 10^{-12} \quad W = 3.3242 \times 10^{-5} (100,000 \text{ N/m})$$



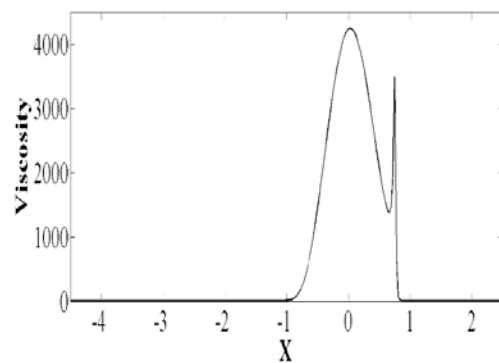
รูปที่ 3 แสดงลักษณะการกระจายของความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน

$$U = 7.3164 \times 10^{-12} \quad W = 3.3242 \times 10^{-5} (100,000 \text{ N/m})$$



รูปที่ 4 แสดงลักษณะความหนาของฟิล์มน้ำมัน

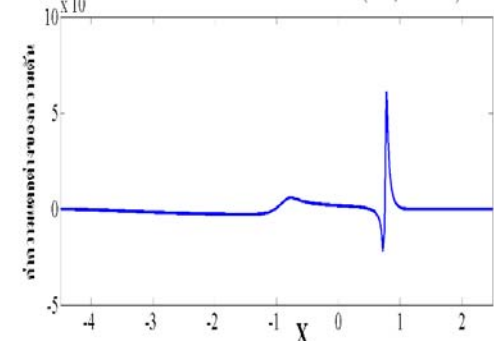
$$U = 7.3164 \times 10^{-12} \quad W = 3.3242 \times 10^{-5} (100,000 \text{ N/m})$$



รูปที่ 5 แสดงลักษณะการกระจายความหนืดน้ำมัน

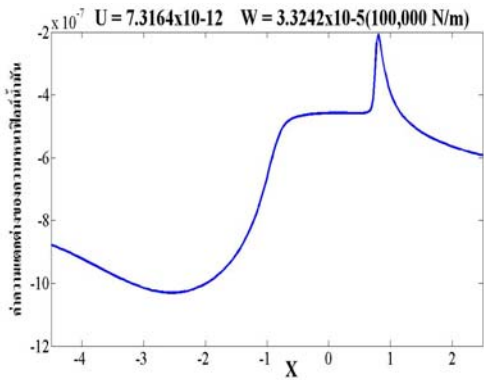
จากค่าคุณสมบัติที่กำหนดข้างต้นได้นำมาคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธีนิวตันราฟสันอย่างเดียวยเปรียบเทียบกับวิธีนิวตันราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดแบบ FMG รูปที่ 6 แสดงค่าความแตกต่างของความดันของทั้งสองวิธีที่ตำแหน่งในการสัมผัสต่างๆ พบว่า มีค่าความแตกต่างในตำแหน่งที่ค่าความดันมีค่าสูงสุดที่ทางออก เนื่องจากที่ตำแหน่งดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงค่าความดันอย่างรวดเร็ว ทำให้ผลที่ได้แตกต่างกันแต่น้อยมากโดยต่างกันที่ตำแหน่งทศนิยมที่ 6 ซึ่งน้อยกว่าค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ และรูปที่ 7 แสดงค่าความแตกต่างของความหนาของฟิล์มน้ำมันที่คำนวณได้จากทั้งสองวิธีที่ตำแหน่งในการสัมผัสต่างๆ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันและมีความแตกต่างกันไม่เกินทศนิยมตำแหน่งทศนิยมที่ 6

$$U = 7.3164 \times 10^{-12} \quad W = 3.3242 \times 10^{-5} (100,000 \text{ N/m})$$



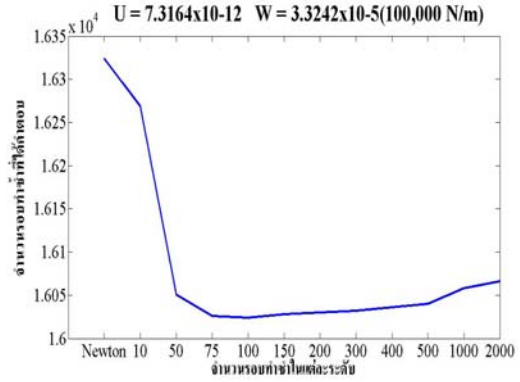
รอบและที่โนคอื่นๆ เป็น 100 รอบ และ สภาวะที่ 3 จำนวนรอบการทำซ้ำที่ 16, 32 และ 64 โนค เท่ากับ 1,000 รอบ และที่โนคอื่นๆ เป็น 100 รอบ

รูปที่ 6 แสดงค่าความแตกต่างของแรงดันที่คำนวณด้วยวิธีนิวตันกราฟสันอย่างเดี่ยวและวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับมัลติกริดแบบ FMG

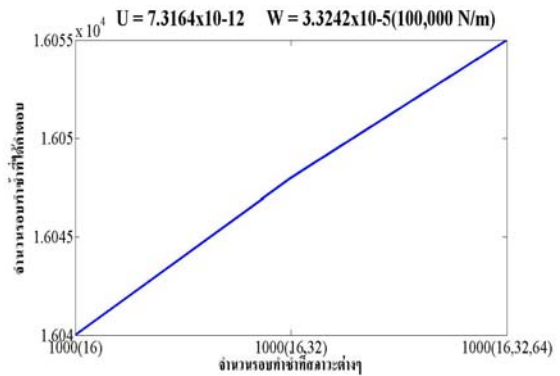


รูปที่ 7 แสดงค่าความแตกต่างของความหนาฟิล์มน้ำมันที่คำนวณด้วยวิธีนิวตันกราฟสันอย่างเดี่ยวและวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับมัลติกริดแบบ FMG

จากรูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่าจำนวนรอบของการทำซ้ำเพื่อหาคำตอบโดยวิธีคำนวณด้วยวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดแบบ FMG มีจำนวนรอบน้อยกว่าวิธีนิวตันกราฟสันอย่างเดี่ยว (Newton) เนื่องจากวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดแบบ FMG ได้เริ่มทำการคำนวณที่ระดับกริดหยาบก่อนเพื่อทำการส่งค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมให้กับกริดละเอียดต่อไป ดังนั้นจึงใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีนิวตันกราฟสันอย่างเดี่ยวซึ่งคำนวณที่กริดละเอียดที่สุด และการกำหนดรอบของการทำซ้ำแบบคงที่ในแต่ละระดับของวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับมัลติกริดแบบ FMG ที่ดีที่สุดอยู่ในช่วง 75–150 รอบ ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณน้อยที่สุดและในการกำหนดจำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละระดับพบว่าทำให้จำนวนรอบของการทำซ้ำที่กริดหยาบมีค่ามากกว่ากริดละเอียดจะทำให้ผลการคำนวณเร็วขึ้นโดยจำนวนรอบการทำซ้ำทั้งหมดจะน้อยลงดังแสดงในรูปที่ 9 ซึ่งกำหนดให้สภาวะที่ 1 จำนวนรอบการทำซ้ำที่ 16 โนค เท่ากับ 1,000 รอบและที่โนคอื่นๆ เป็น 100 รอบ สภาวะที่ 2 จำนวนรอบการทำซ้ำที่ 16 และ 32 โนค เท่ากับ 1,000



รูปที่ 8 แสดงจำนวนรอบของการทำซ้ำวิธีนิวตันกราฟสันอย่างเดี่ยว (Newton) และวิธีคำนวณด้วยวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดแบบ FMG ที่จำนวนการทำซ้ำในแต่ละระดับต่างๆ กัน



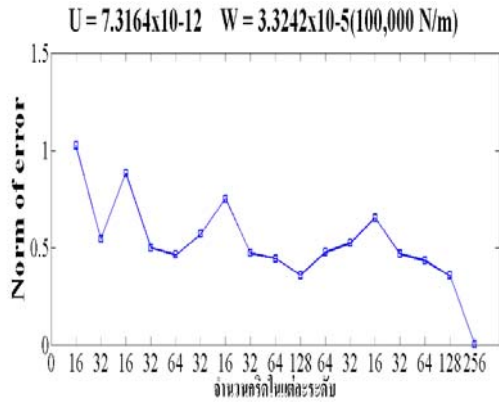
รูปที่ 9 แสดงจำนวนรอบของการทำซ้ำที่กริดหยาบและกริดละเอียด

จากการคำนวณค่าเฉลี่ยของค่าความผิดพลาด (Norm of error) จากคำตอบที่ได้จากการทำซ้ำในแต่ละรอบของการทำซ้ำตามสมการ

$$\|e\|_2 = \left\{ \sum_{j=1}^n e_j^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

พบว่าค่า norm of error มีค่าลดลงเรื่อยๆ ในแต่ละตำแหน่งของการคำนวณซึ่งแสดงว่าการเข้าสู่คำตอบได้เร็วขึ้นเนื่องจากวิธีมัลติกริดแบบ FMG สามารถเริ่มคำนวณได้ที่กริดหยาบก่อน ดังนั้นจึงใช้เวลาในการคำนวณน้อยและทำ

การส่งค่าที่เป็นค่าเริ่มต้นจากกริดหยาบไปกริดละเอียดในลำดับชั้นถัดไป จึงมีการเข้าสู่ค่าตอบเร็วขึ้นแสดงได้ดังรูปที่ 10

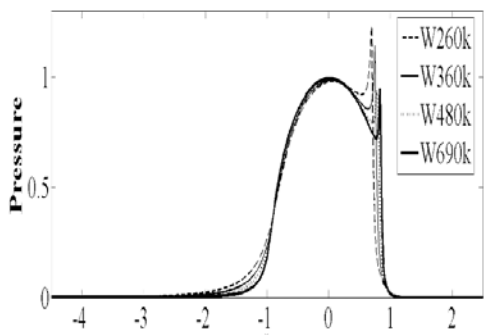


รูปที่ 10 แสดงค่า norm of error ในแต่ละระดับของการคำนวณ

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาผลของภาวะไหลที่มีความดัน ความหนาของฟิล์มน้ำมันและความหนืดของฟิล์มน้ำมัน โดยได้ทำการเพิ่มภาวะไหลต่างๆ กันในขณะที่ความเร็วของการสัมผัสของลูกกลิ้งมีค่าคงที่ โดยกำหนดให้ขนาดความเร็วของการสัมผัสแบบไร้มิติ $U = 1.2194 \times 10^{-10}$ และภาวะไหลเปลี่ยนแปลงจากน้อยไปหามากดังนี้

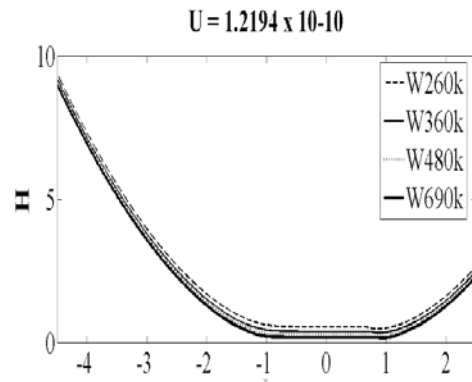
$$w_z = 260000, 360000, 480000, 690000 \text{ N/m}$$

$$U = 1.2194 \times 10^{-10}$$



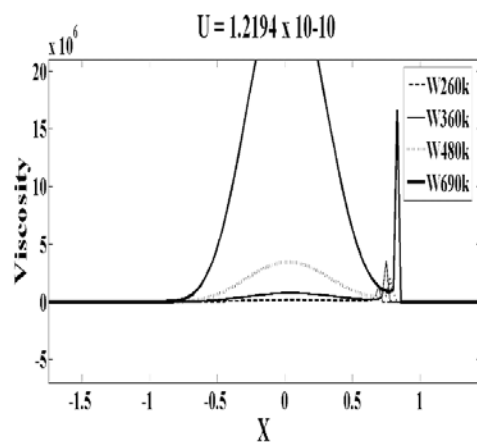
รูปที่ 11 แสดงลักษณะการกระจายของความดันในฟิล์มน้ำมันที่ภาวะไหลต่างๆ กันในขณะที่ความเร็วของการสัมผัสคงที่

จากรูปที่ 11 แสดงได้ว่าเมื่อเพิ่มภาวะไหลที่กระทำต่อลูกกลิ้งให้มากขึ้น ลักษณะการกระจายของความดันจะมีค่ากว้างขึ้นตามทิศทางการสัมผัสและเกิดยอดแหลมแหลมลดลง เนื่องจากลูกกลิ้งถูกกดอัดทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบยืดหยุ่นขึ้นซึ่งการกระจายของแรงดันจะมีลักษณะคล้ายความดันเซอร์เชียน และที่ภาวะไหลน้อยๆ จะเกิดยอดแหลมสูงชัน โดยเฉพาะบริเวณทางออกของการสัมผัส



รูปที่ 12 แสดงความหนาของฟิล์มน้ำมันที่ภาวะไหลต่างๆ กันในขณะที่ความเร็วของการสัมผัสคงที่

จากรูปที่ 12 พบว่า ที่ภาวะไหลมีค่ามาก ค่าความหนาของฟิล์มน้ำมันจะบางกว่าที่ภาวะไหลน้อย เนื่องจากค่าความหนาของฟิล์มน้ำมันขึ้นกับความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมันตามสมการ (4) และที่ภาวะไหลมากๆ แรงกระทำจะกดอัดที่ฟิล์มน้ำมันมากและผิวของลูกกลิ้งจะเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ทำให้ฟิล์มบางมาก

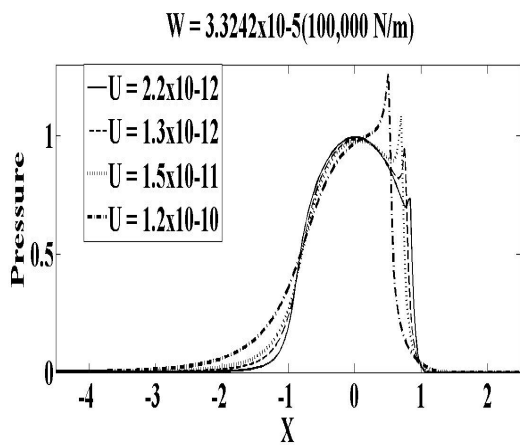


รูปที่ 13 แสดงความหนืดของฟิล์มน้ำมันที่ภาวะไหลต่างๆ กันในขณะที่ความเร็วของการสัมผัสคงที่

สำหรับค่าความหนืดที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน ดังแสดงในรูปที่ 13 เมื่อให้ภาระโหลดต่างๆ กันพบว่า มีลักษณะการกระจายความหนืดคล้ายกับความดัน ซึ่งเป็นไปตามสมการ (5) เนื่องจากที่ภาระโหลดมากขึ้นจะส่งผลให้การกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันกว้างขึ้นและทำให้ความหนืดมีค่าสูงขึ้นตามภาระโหลดที่กระทำต่อลูกกลิ้ง โดยเฉพาะที่บริเวณทางออกของการสัมผัส

และในบทความนี้ได้ทำการศึกษาผลของความเร็วสัมผัสของลูกกลิ้งที่มีต่อความดัน ความหนาของฟิล์ม น้ำมันและความหนืดของฟิล์มน้ำมัน โดยได้ทำการเพิ่มความเร็วของการสัมผัสต่างๆ กันในขณะที่ภาระโหลดคงที่โดยกำหนดให้ภาระโหลดที่กระทำต่อลูกกลิ้ง $w_c = 100000 \text{ N/m}$ และขนาดความเร็วของการสัมผัสแบบไร้มิติของลูกกลิ้งเปลี่ยนแปลงดังนี้

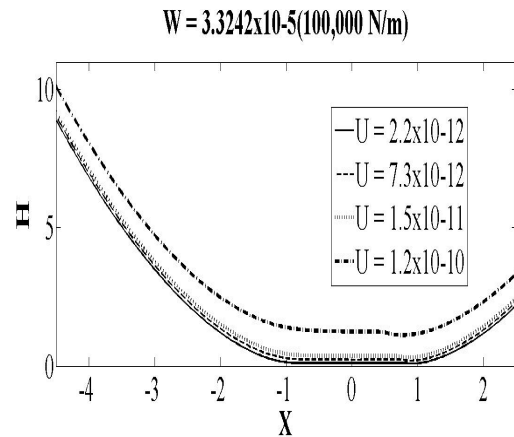
$$U = 1.2 \times 10^{-10}, 1.5 \times 10^{-11}, 1.3 \times 10^{-12}, 2.2 \times 10^{-12}$$



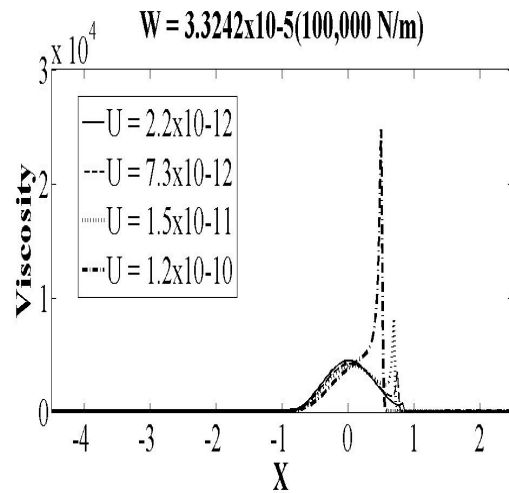
รูปที่ 14 แสดงลักษณะของแรงดันในฟิล์มน้ำมันที่ความเร็วของการสัมผัสต่างๆ กันในขณะที่ภาระโหลดคงที่

จากรูปที่ 14 พบว่า เมื่อความเร็วของการสัมผัสมีค่าลดลง จะทำให้ความดันที่จุดศูนย์กลางของการสัมผัสมีค่ามากขึ้นและการกระจายของความดันในฟิล์มน้ำมันกว้างขึ้นแต่ยอดหนามแหลมที่เกิดขึ้นบริเวณทางออกลดลงโดยจะคล้ายกับความดันแบบเซอร์เซียน เนื่องมาจากการเปลี่ยนรูปร่างแบบขีดหยุ่นของลูกกลิ้ง และจากรูปที่ 15 เมื่อความเร็วมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ฟิล์มน้ำมันมีความหนามากขึ้นคล้ายกับการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ เนื่องจากไม่มีการเสียดรูปของลูกกลิ้ง และสำหรับรูปที่ 16 แสดงการ

กระจายของความหนืดที่ตำแหน่งการสัมผัสต่างๆ พบว่า มีลักษณะการกระจายความหนืดคล้ายความดัน โดยที่ความเร็วมีค่ามากค่าความหนืดจะมีค่าสูงขึ้นที่จุดศูนย์กลางของการสัมผัส ($X=0$) และแทบจะไม่เกิดยอดหนามแหลมขึ้นเนื่องจากความหนืดสัมพันธ์กับความดันตามสมการ (5) และวัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบขีดหยุ่น



รูปที่ 15 แสดงความหนาของฟิล์มน้ำมันที่ความเร็วของการสัมผัสต่างๆ กันในขณะที่ภาระโหลดคงที่



รูปที่ 16 แสดงความหนืดของฟิล์มน้ำมันที่ความเร็วของการสัมผัสต่างๆ กันในขณะที่ภาระโหลดคงที่

สรุป

1. ค่าความแตกต่างของผลการคำนวณด้วยวิธีนิวตัน ราฟสันและวิธีนิวตัน ราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดแบบ FMG ที่สภาวะเดียวกัน มีค่าแตกต่างกันน้อยมาก

2. จำนวนรอบของการทำซ้ำของวิธีนิวตันกราฟสันร่วมกับวิธีมัลติกริดแบบ FMG น้อยกว่าวิธีนิวตันกราฟสันอย่างเดียวในทุกสภาวะ

3. จำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละระดับที่ให้ผลการคำนวณที่เร็วอยู่ในช่วง 75–150 รอบ

4. การให้จำนวนรอบของการทำซ้ำที่กริดหยาบมีค่ามากกว่าที่กริดละเอียดให้ผลการคำนวณเร็วกว่าการกำหนดให้จำนวนรอบเท่าๆ กันหรือให้จำนวนรอบของกริดละเอียดมากกว่า

5. ผลการคำนวณค่า norm ของ error ในแต่ละระดับมีค่าลดลงแสดงว่ามีการเข้าสู่คำตอบได้เร็วขึ้น

6. ความดันที่เกิดขึ้นจะมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงจุดศูนย์กลางของการสัมผัสและจะลดลงอย่างรวดเร็วหลังจากนั้นจะเพิ่มขึ้นอีกครั้งในบริเวณใกล้ทางออกของการสัมผัส (Spike) และลดลงอย่างรวดเร็วหลังจากจุดนี้เนื่องจากเกิดการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ

7. เมื่อทำการปรับค่าโหลด (w_z) ให้เพิ่มมากขึ้นพบว่าลักษณะการกระจายของแรงดันจะคล้ายกับการสัมผัสแบบเซอร์เซียน โดยยอดหนามแหลมจะลดลงแต่จะทำให้ความหนาของฟิล์มน้ำมันบางลงและค่าความหนืดของสารหล่อลื่นจะมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น มีค่าสูงสุดที่จุดสัมผัสและเกิดยอดหนามแหลมหลังจุดสัมผัส

8. เมื่อค่าความเร็วลดลง ความหนาของฟิล์มน้ำมันจะบางลงและการกระจายของความดันดันจะคล้ายกับการสัมผัสแบบเซอร์เซียน โดยยอดหนามแหลมจะลดลง ความหนืดของสารหล่อลื่นมีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเช่นเดียวกับความดันที่เกิดขึ้นในฟิล์มน้ำมัน

สัญลักษณ์

E'	ค่าประสิทธิผลยังโมดูลัส, Pa.(N/m ²)
H	ค่าความหนาฟิล์มแบบไร้หน่วย สำหรับการสัมผัสแบบเส้น
H_0	ค่าคงที่ของแบบไร้หน่วยสำหรับการสัมผัสแบบเส้น
P	ค่าความดันแบบไร้หน่วย
P_H	ค่าความดันเซอร์เซียนสูงสุด, Pa.(N/m ²)

R_x	ค่ารัศมีที่สัมผัส ในทิศทางแกน x, m.
U	ค่าความเร็วของการสัมผัสแบบไร้หน่วย
W'	ค่าโหลดที่กระทำแบบไร้หน่วยสำหรับการสัมผัสแบบเส้น
w_z	ค่าโหลดที่กระทำในแนวตั้งฉากต่อหน่วยความกว้าง N/m .
X	ค่าแนวแกน X แบบไร้หน่วยของการสัมผัสแบบเส้น
z_1	ค่าดัชนีของความหนืด-แรงดัน เป็นค่าคงที่ของตัวแปรไร้หน่วย
\bar{p}	ความหนาแน่นแบบไร้หน่วย
ρ_0	ความหนาแน่นที่ $P = 0$, $N.s^2/m^4$
$\bar{\eta}$	ค่าความหนืดสัมบูรณ์แบบไร้หน่วย
η_0	ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ที่ $P = 0$ และค่าอุณหภูมิคงที่ Pa.s (or N.s/m ²)

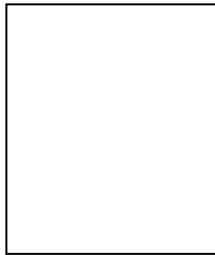
กิตติกรรมประกาศ

ผู้ทำวิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์ ที่ได้ให้คำปรึกษาและแนะนำทั้งในด้านเนื้อหาวิชาการและแนวทางในการทำวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- [1] มงคล มงคลวงศ์โรจน์, อิโรมุ ฮาชิโมโตะ, “ทฤษฎีการหล่อลื่น”, สจล., พิมพ์ครั้งที่ 1, กรุงเทพฯ, 2536.
- [2] Hashimoto H., Mongkolwongrojn M., “Advanced Lubrication Theory”, KMITL., Bangkok, 1993.
- [3] Crook, A.w., “Elastohydrodynamic Lubrication of Roller”, Nature, vol.190, p.1182, 1961.
- [4] Bernard J. Hamrock and Jacobson, B.O. “Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts”. ASLE Trans., vol. 24, no.4, pp. 275-287.1984.
- [5] มงคล มงคลวงศ์โรจน์, สมนึก ชะวงษ์, “การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของวัตถุทรงกระบอกสัมผัสเป็นเส้นตรง”, การประชุมเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 18, ขอนแก่น, 2547.
- [6] H.Okamura, “A contribution to the numerical analysis of isothermal elastohydrodynamic lubrication”, Tribology of Reciprocating Engines, pp. 313-320, 1982.
- [7] Bernard J.Hamrock, “Fundamental of fluid film lubrication”, MacGraw-Hill, 1994.

- [8] Dawson, D., and Higison, G.R., Elasto-hydrodynamic Lubrication, "The Fundament of Roller and Gear Lubrication". Pergamon Oxfor, 1996.
- [9] Steven C. Chapra, "Numerical methods for engineer", MacGraw-Hill, 2002.
- [10] Gilbert Strang, "Multrigrid Methods", 2006.
- [11] William L. Riggs, "A Multigrid Tutorial", SIAM, Philadelphia, 2000
- [12] <http://www.unigraz.at/imawww/borzi/index.html>, Alfio Borzi, "Introduction to multigrid methods".



อาจารย์สุนทรี ทองปากน้ำ สำเร็จการศึกษาวิศวกรรม-
ศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์-
มหาวิทยาลัย และวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรม-
เครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร
ลาดกระบัง ปัจจุบันดำรงตำแหน่งผู้ช่วยคณบดีคณะวิศว-
กรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยกรุงเทพ